

卒業論文概要書

CD

2007年 2月提出

学籍番号 1g03r220-4

学科名	コンピュータ・ネットワーク工学	氏名	山口 健裕	指導 教員	大石 進一
研究 題目	連立一次方程式の数値解に対する精度保証式の評価法に対する研究				

1. 序論

計算機を用いる数値計算では、有限桁の数として与えられる浮動小数点を用いる。そのために数値計算の結果は誤差を持つ。ただし、研究分野によってはわずかな有効数字が正しければ十分な分野もあれば、完全に正しい精度が必要な分野もあるために、数値計算に求められるものはそれぞれ異なる。ただし、結果の精度があまり必要なく2～3桁正しいものが得られれば満足な問題の場合には、誤差を持つ数値計算でも十分であると断言することはできない。有名な事実として悪条件と呼ばれる問題があり、浮動小数点数演算では1桁も正しい結果が得られないこともある。

そこで、結果の精度がどこまで正しいかを言及するために数値解析が発展した。問題を解くアルゴリズムが与えられたとき、誤差評価式により数値結果が持つ精度の良し悪しを議論してきた。ただし、誤差の上限を定量的に得ることは難しいことだと考えられてきた。

ところが近年は精度保証付き数値計算法が飛躍的に発達し、特に線形の問題は精度保証が近似解を得る手間の数倍程度で可能である。このために現在精度保証付き数値計算が実社会に浸透しようとしている。

2. 連立一次方程式の精度保証

連立一次方程式は科学技術計算において非常に多く現れる問題である。非線形問題においても、局所的に線形近似して連立一次方程式を解くことが多い。したがって、連立一次方程式の精度保証付き数値計算は、数値計算上最も応用の広い課題の一つであると言える。現在連立一次方程式に対する最も高速な精度保証法はOishi-Rumpらが開発した[1]。この手法は近似解を得るために必要な計算コストと同等なコストで実行できる高速な手法である。また悪条件用の精度保証法も開発されている[3]。よって現状においては問題が良条件・悪条件を問わず、連立一次方程式の数値解は精度保証可能である。

3. 本論文の目的と結果

本論文では、連立一次方程式の数値解に対する精度保証付き数値計算法の中で、荻田・大石らの精度保証式[2]に注目する。この手法は精度保証法の中で、速度と扱える問題の幅のバランスが良い手法として知られている。通常精度保証付き数値計算は、誤差評価式が与えられた後に、値の上限を取りながら計算を行う。そこで今回は精度保証式の行列の正則性に関連する部分の誤差評価の計算法を再考する。通常計算では簡略化のために、行列やベクトルの和を計算する前にノルム取ることが行われている。精度保証に必要な計算量が次元の3乗に比例することを考慮すると、次元の2乗に比例するコストを増やすことでは全体の計算時間は大きく増えない。そのために、今まで簡略化してきた次元の2乗に比例する計算部分を簡略化することなく、評価する手法を提案する。その結果、提案する方式は誤差の過大評価を先行研究の3倍から7倍抑制し、計算時間はほぼ変わらないという良い結果を得ることができた。よって本論文では[2]の手法よりも、少し行列の正則性を証明できる幅が広がったことになる。

参考文献

[1] S. Oishi and S.M. Rump. Fast verification of solutions of matrix equations *Numer. Math.*, 90(4):755-773, 2002.

[2] 荻田 武史, 大石 進一: 大規模連立一次方程式のための高速精度保証法, 情報処理学会論文誌: 数理モデル化と応用 46:SIG10 (TOM12) (2005), 10-18.

[3] S. Oishi, K. Tanabe, T. Ogita, and S.M. Rump. Convergence of Rump's Method for Inverting Arbitrarily Ill-Conditioned Matrices. accepted for publication in *J. Comput. Appl. Math. (JCAM)*, 2006.