

# 卒業論文概要書

CD

2007年 2月提出

学籍番号 1G03R170-1

学科名	コンピュータ・ネットワーク工学学科	氏名	平山 俊輔	指導 教員	大石 進一
研究 題目	数値計算ソフトウェア SCILAB における浮動小数点数の正確な 10 進表示方法				

## 第 1 章 序論

### 1.1 背景

今日、理工学がここまで発展してきたのには、実在する様々な現象に対し、それをある程度理想化した物理モデルを作りあげ、そこから数学モデルを導き、これを解くことによって、未知の現象を予測したり、新しい工学的な製品の設計をできるようにになったことが、要因として挙げられる。このようにして、現代の高度に発展した科学技術は築かれてきた。

近年、コンピュータ技術は大幅な発展を遂げ、いまや少し前の大型計算機をパソコンとして個人が使える時代となった。そもそも、コンピュータは数値計算のために開発されたものであり、現代のコンピュータにおいて高速な数値計算ができるのは、技術的には、実数を浮動少数点数で近似して計算を行うからである。

しかし、浮動小数点数は仮数部の桁数が有限であるため、四則演算の結果は丸められ、また無限演算はすべて近似して行われる。つまり、計算結果は常にある程度の誤差を伴っているということである。そのため、現在においても、数値計算アルゴリズムの研究は、実数又は複素数体上で理論を構築し、計算機上でアルゴリズムを動作させ、そのアルゴリズムが丸め誤差を伴う計算においても十分実用に耐えうるかどうかを検証する、というのが一つのパターンになっている。丸め誤差による影響は、精度の問題のみならず、計算量にも影響を及ぼすことがある。

このように、計算機による数値計算の中で、浮動小数点数の丸め誤差は様々な問題を生ずるものの、これを避けて通るわけにはゆかないのである。

### 1.2 本論文の目的

精度保証付き数値計算において、浮動小数点数の丸め誤差が重要であることは、前述したことより明らかである。本論文では、数値計算ソフトウェア SCILAB における、浮動小数点数の正確な 10 進表示を目的とした。これは主として、開発環境の向上と同時に、数値計算結果の精度について、正しい認識を得るために行ったものである。

## 第 2 章 予備知識

### 2.1 浮動小数点数

現代の数値計算では、浮動小数点数が標準として用いられている。浮動小数点数は現在では標準化が進められ、ほとんどのパソコンやワークステーション、ベクトル計算機、並列計算機などで同じ形式の浮動小数点体系が用いられている。この体系に基づいて、高速に浮動小数点演算が実行される回路がコンピュータに実装されているため、数値計算は浮動小数点数体系上で行われることがほとんどである。そこで、このような浮動小数点数の体系の上での数値計算の精度を保証することが重要である。

そのために、まず浮動小数点数について説明する。浮動小数点数については IEEE 標準 754 (IEEE standard 754、以下 IEEE 754 と略記する。) がパソコンやワークステーションなどをはじめとして、多くのコンピュータで標準的に用いられている。本論文では、以下 IEEE 754 に基づく 2 進数浮動小数点数システムを考えることにする。

## 第 3 章 数値計算ソフトウェア SCILAB

### 3.1 SCILAB

SCILAB とは、システム制御や信号処理向けに開発されたフリーの数値計算ツールである。

SCILAB は、MATLAB に似た構文を有する対話的なインタープリタソフトウェアパッケージであり、また、高度な数値演算ライブラリを使用しているため、行列の固有値計算のみならず、各種のシミュレーション、最適化計算、制御系設計、信号処理等に使用することが可能である。

### 3.2 SCILAB の機能

SCILAB の機能として、次のような特徴が挙げられる。

- ・ リストによる行列操作
- ・ 多様な数式処理
- ・ オープンなプログラミング環境

## 第 4 章 浮動小数点数の正確な10進表示方法

### 4.1 精度保証付き数値計算

丸め誤差や打ち切り誤差などの誤差は、小さくすることはできてもなくすことは不可能である。そこで、計算結果から正しい結論を得るために、この計算結果に含まれている誤差を評価して、真の値の範囲を確定することが、精度保証付き数値計算である。近年では、数値計算の誤差解析の精度を厳密に保証する手法が飛躍的に発達し、多くの場合、近似解の精度保証が近似解を得る手間の数倍(2倍)程度で可能である。

### 4.2 SCILABにおける10進表示

しかし、これによって得られたデータをSCILABで表示するには問題がある。それは、データを数値として、すべて表示することができないということである。これは、最も広く採用されているIEEE754形式の倍精度浮動小数点数において、有効精度は10進数で約16桁であり、冗長すぎる表現が不要なためであると考えられる。

### 4.3 応用方法

(1) まず、整数部分と小数部分を分割する。次に、`mprintf` 関数の性能を考慮し、8bit毎にbit群を分割する。

(2) 分割したbit群ごとの和を計算し、格納する。

(3) 和によって生じた繰り上がり数値を、上位のbit群の数値に加算することで、各bit群の幅を整える。

(4) 文字列を連続して表示することですべての桁を正確に表示する。

## 第 5 章 実行結果

### 5.1 使用する浮動小数点数

今回は、浮動小数点数の例として、 $\sqrt{2}$ を用いた。SCILABでは、入力と出力は、

```
-->r=sqrt(2)
```

```
r =
```

```
1.414213562373095145D+00
```

のように表示される。表示桁数は19桁、有効精度は16桁である

### 5.2 実行結果

作成したプログラム`accdisp`を用いて、 $r = \sqrt{2}$ の10進表示を行う。以下に結果を示す。

```
-->accdisp(r)
```

```
ans =
```

```
1.4142135623730951454746218587388284504  
4136047363281250000
```

実行結果の表示が理論値と等しいことがわかる。小数部分を8桁毎に表示しているため、 $8 \times 7 = 56$ 桁まで表示されている。

## 第 6 章 結論

### 6.1 考察

SCILABにおける浮動小数点数の正しい10進表示を行うことができた。だが、本論文の結果では、一部の浮動小数点数にしか適用できないことがわかり、完成には至っていない。これらの改善とともに、実行時間等の本論文では考慮されていない部分についての検討も含めて、今後の展望として捉えておきたい

### 6.2 展望

本論で作成したプログラムでは、まだ改善点が多く見られ、様々な数値計算を行う上での利用段階には達していない。この点を改善することによって、結果の向上とともに応用できる幅も増すことだろう。また、SCILABの利点でもあるオープンなプログラミング環境を活用し、他の数値計算ツールとの互換性を利用すれば、さらに精度桁数を上げることができるだろうことを展望として述べておく。

### <参考文献>

1. Scilab Home Page  
<http://www.scilab.org/>
2. INTLAB - INTerval LABoratory  
<http://www.ti3.tu-harburg.de/rump/intlab/>
3. 大石進一: “精度保証付き数値計算”, コロナ社,(2000),
4. 大石進一: “MATLAB による数値計算”, 培風館,(2000),
5. S. M. Rump, T. Ogita, S. Oishi: “Accurate Floating-point Summation”, submitted for publication, 2006. Preprint is available from  
<http://www.ti3.tu-harburg.de/publications/rump>