

卒業論文概要書

CD

2007年 2月提出

学籍番号 1g03r095-3

学科名	コンピュータ・ネットワーク工学	氏名	真田 崇	指導 教員	大石 進一
研究 題目	Compensated Horner Scheme の拡張による誤差評価				

1、序論

コンピュータ上での数値計算は、浮動小数点演算を用いるのが一般的である。これは、数値を限られたビット数の中で表すことであり、扱える数値は当然有限個の離散点となる。そのため、連続した実数を扱おうとする場合や、数値計算の結果、離散点には存在しない数値が求められた場合には、数値を近似した値を扱わなければならない。そのため、この近似の際に誤差が生じる。この誤差は、計算回数が多い場合や悪条件と呼ばれる問題を扱う場合に、計算結果に大きな影響を及ぼし、計算結果の正確さが大きく損なわれてしまう。このような問題を解決するために、誤差の範囲を把握し、高速に誤差を減らす方法が現在研究されている。

2、Horner 法

Horner 法とは多項式を計算する際の、計算手順の方法の一つである。最小の加減算、乗算回数で多項式が計算されることが知られており、誤差の面でもよい方法であるといわれている。また、単純な繰り返しによって多項式が計算できるためコンピュータを用いた計算に向いていると言える。

3、無誤差変換

浮動小数点演算で加減算や乗算を行うとき、浮動小数点数はビット数が限られているために誤差が生じてしまう。この誤差が生じないように、加減算や乗算の式を変形し、その演算結果を2つの数値に分けて扱う方法が無誤差変換である。

4、Compensated Horner Scheme

多項式を Horner 法で計算する場合、Horner 法は加算と乗算の連続であるため、無誤差変換を適用することができる。Horner 法に無誤差変換を一回用いて、より真の値に近い値を求める方法が、Compensated Horner Scheme である。

5、本論文の目的と結果

本論文では、Compensated Horner Scheme を拡張し、Horner 法の無誤差変換を2回以上行うことで、多項式の値と誤差を求め、無誤差変換の回数が多項式の値と誤差にどのように影響を及ぼすかについて調べた。扱う多項式については、誤差が生じやすい悪条件の式である $(x-1)^n$ を用いて、 x を1に近い値に固定し、 n を変化させ、多項式の計算結果と誤差の値を計算した。

誤差項の面では、1回目の無誤差変換により生じる誤差項の値が、一般的な誤差項の値よりも大きく、多項式の計算結果に十分に影響を与えるものであるのに対して、2回目以降の無誤差変換により生じる誤差項の値は、一般的な誤差項の値と同等なものであり、多項式の計算結果にあまり影響を及ぼさないものであると思われた。

また、多項式の計算結果の面では、一回目の無誤差変換による計算結果の変化はもちろん大きなものであったが、単純な多項式の計算結果と、一回目の無誤差変換により生じる誤差項が異符号で同程度の大きさであるために、この2つを加算することで求められる1回の無誤差変換を行った多項式の計算結果は小さな値となるため、2回目の無誤差変換によって生じる誤差項も十分に影響を及ぼすような値になっており、2回目の無誤差変換も多項式の計算結果に対して影響を与えることがわかった。

参考文献

[1] 大石 進一：精度保証付き数値計算，コロナ社，(1999)

[2] S. Graillat, Ph. Langlois, N. Louvet：Compensated Horner Scheme, (2005)